

多項式の計算 (8)

式の計算の利用

これはちょっと難しいわね〜



※今日の学習のポイント

- ・式の展開や因数分解などを利用して、整数の性質や図形の性質などを明らかにしてみよう。
- ・整数の性質を明らかにする場合の、証明の基本的な手順について理解しよう。
- ・図形の性質などを明らかにする場合の証明の基本的な手順について理解しよう。

※整数の性質を明らかにする

整数の性質を式の計算を利用して明らかにする時には、大きく3つの部分に注意して考える必要があります。一つ目は問題の条件を文字を使って表すところ、二つ目はその文字で表した式を問題文にそって正しく計算を行うところ、そして三つ目は述べたい結論を表すために式を変形するところです。

- (1) 2つの連続する奇数の積に1を加えると4の倍数になることを、次のように証明しました。上で述べた3つの部分に気を付けながら解説を聞き、証明のしかたについて理解しましょう。(解説)

連続する奇数を $2n + 1, 2n + 3$ とおく。(ただし、 n は整数)

----- ここまでが一つ目

この奇数の積に1を加えると

$$\begin{aligned} & (2n + 1)(2n + 3) + 1 \\ &= 4n^2 + 6n + 2n + 3 + 1 \\ &= 4n^2 + 8n + 4 \end{aligned}$$

----- ここまでが二つ目

$$= 4(n^2 + 2n + 1)$$

n は整数なので、 $n^2 + 2n + 1$ もやはり整数

よって

$$= 4 \times (\text{整数})$$

より、4の倍数といえる。

- (2) 連続する2つの偶数があるとき、大きい方の偶数の2乗から小さい方の偶数の2乗を引いた差が4の倍数となることを証明しましょう。(解答)

連続する偶数を $2n, (\quad)$ とおく。(ただし、 n は整数)

----- ここまでが一つ目

大きい方の偶数の2乗から小さい方の偶数の2乗を引くと

$$\begin{aligned} & (\quad)^2 - (2n)^2 \\ &= 4n^2 + 8n + 4 - (\quad) \\ &= 8n + 4 \end{aligned}$$

----- ここまでが二つ目

$$= 4(\quad)$$

n は整数なので、 $2n + 1$ もやはり整数

よって

$$= 4 \times (\text{整数})$$

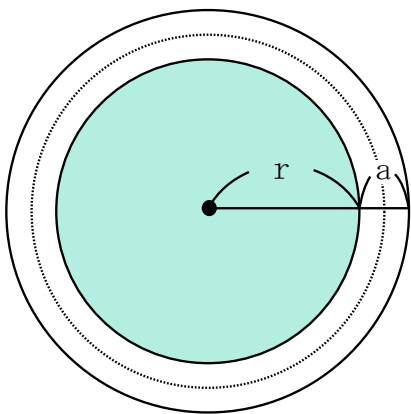
より、4の倍数といえる。

※練習問題

連続する2つの奇数があるとき、大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗を引いた差が8の倍数となることを証明しましょう（解答、補充問題）

※図形の性質を明らかにする

半径 r メートルの円形の池の周りに、幅 a メートルの道があります。この道の面積を S 平方メートル、道の真ん中を通る円周の長さを l メートルとすると、 $S = al$ となることを証明します。



- (1) 道の面積を次のように求めました。() に適切な文字や数を入れましょう。(解答)

一番外側の円の半径が $r + a$ 、池の半径が r より

$$\begin{aligned} S &= \pi(\quad)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^2 \\ &= (\quad) \end{aligned}$$

- (2) 円周の長さ l を次のように求めました。() に適切な文字や数を入れましょう。(解答)

道の真ん中を通る点線の円の半径は $r + \frac{(\quad)}{2}$ より

$$\begin{aligned} l &= 2\pi(\quad) \\ &= 2\pi r + (\quad) \end{aligned}$$

- (3) (1) と (2) から $S = al$ となることを証明しましょう。(解答、補充問題)